

CYCLE 3

Mathématiques

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. Les élèves fréquentent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques. La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.

Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2, à en étendre le domaine d'étude, à consolider l'automatisation des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction et multiplication) ainsi que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à construire de nouvelles techniques de calcul écrites (division) et mentales, enfin à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, la proportionnalité ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume, angle notamment).

Les activités géométriques pratiquées au cycle 3 s'inscrivent dans la continuité de celles fréquentées au cycle 2. Elles s'en distinguent par une part plus grande accordée au raisonnement et à l'argumentation qui complètent la perception et l'usage des instruments. Elles sont aussi une occasion de fréquenter de nouvelles représentations de l'espace (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus...).

En complément de l'usage du papier, du crayon et de la manipulation d'objets concrets, les outils numériques sont progressivement introduits. Ainsi, l'usage de logiciels de calcul et de numération permet d'approfondir les connaissances des propriétés des nombres et des opérations comme d'accroître la maîtrise de certaines techniques de calculs. De même, des activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans.

Compétences travaillées

Chercher

- » Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- » S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- » Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Domaines du socle : 2, 4

Modéliser

- » Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- » Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.
- » Reconnaître des situations réelles pouvant être modélisées par des relations géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, symétrie).
- » Utiliser des propriétés géométriques pour reconnaître des objets.

Domaines du socle : 1, 2, 4

Représenter

- » Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages, ...
- » Produire et utiliser diverses représentations des fractions simples et des nombres décimaux.
- » Analyser une figure plane sous différents aspects (surface, contour de celle-ci, lignes et points).
- » Reconnaître et utiliser des premiers éléments de codages d'une figure plane ou d'un solide.
- » Utiliser et produire des représentations de solides et de situations spatiales.

Domaines du socle : 1, 5

Raisonner

- » Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- » En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets.
- » Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- » Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Domaines du socle : 2, 3, 4

Calculer

- » Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- » Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- » Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Domaine du socle : 4

Communiquer

- » Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- » Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Domaines du socle : 1, 3

Nombres et calculs

Au cycle 3, l'étude des grands nombres permet d'enrichir la compréhension de notre système de numération (numération orale et numération écrite) et de mobiliser ses propriétés lors de calculs.

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Avoir une bonne compréhension des relations entre les différentes unités de numération des entiers (unités, dizaines, centaines de chaque ordre) permet de les prolonger aux dixièmes, centièmes... Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales. Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul.

Le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté sont à construire en interaction. Ainsi, le calcul mental est mobilisé dans le calcul posé et il peut être utilisé pour fournir un ordre de grandeur avant un calcul instrumenté. Réciproquement, le calcul instrumenté peut permettre de vérifier un résultat obtenu par le calcul mental ou par le calcul posé. Le calcul, dans toutes ses modalités, contribue à la connaissance des nombres. Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calcul élémentaires automatisés. De même, si la maîtrise des techniques opératoires écrites permet à l'élève d'obtenir un résultat de calcul, la construction de ces techniques est l'occasion de retravailler les propriétés de la numération et de rencontrer des exemples d'algorithmes complexes.

Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles. Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et de leur structure. Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

Attendus de fin de cycle

- » Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux.
- » Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux.
- » Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux	
Composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des regroupements par milliers. » Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations. Comprendre et appliquer les règles de la numération aux grands nombres (jusqu'à 12 chiffres). Comparer, ranger, encadrer des grands nombres entiers, les repérer et les placer sur une demi-droite graduée adaptée.	Situations dont la résolution mobilise des connaissances sur la numération ou des conversions d'unités de numération. Illustrer les grands nombres à l'aide d'exemples d'ordres de grandeurs (population française, population mondiale, rayon de la Terre, âge du système solaire...). Le travail sur certaines unités de masse ou de longueur et sur leurs relations (gramme, kilogramme, tonne ; centimètre, mètre, kilomètre, etc.) permet un retour sur les règles de numération
Comprendre et utiliser la notion de fractions simples. » Écritures fractionnaires. » Diverses désignations des fractions (orales, écrites et décompositions). Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée. » Une première extension de la relation d'ordre. Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs. Établir des égalités entre des fractions simples.	Utiliser des fractions pour : » rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples, » exprimer un quotient. Situation permettant de relier les formulations la moitié, le tiers, le quart et $1/2$ de, $1/3$ de, $1/4$ de, etc. (fractions vues comme opérateurs). Par exemple, en utilisant une demi-droite graduée, les élèves établissent que $5/10 = 1/2$, que $10/100 = 1/10$, etc. Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
Comprendre et utiliser la notion de nombre décimal. » Spécificités des nombres décimaux. Associer diverses désignations d'un nombre décimal (fractions décimales, écritures à virgule et décompositions). » Règles et fonctionnement des systèmes de numération dans le champ des nombres décimaux, relations entre unités de numération (point de vue décimal), valeurs des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture à virgule d'un nombre décimal (point de vue positionnel). Repérer et placer des décimaux sur une demi-droite graduée adaptée. Comparer, ranger, encadrer, intercaler des nombres décimaux. » Ordre sur les nombres décimaux.	Situations nécessitant » d'utiliser des nombres décimaux pour rendre compte de partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples. » d'utiliser différentes représentations : mesures de longueurs et aires, une unité étant choisie, » de faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (dixième/dm/dg/dL, centième/cm/cg/cL/centimes d'euros, etc.). La demi-droite numérique graduée est l'occasion de mettre en évidence des agrandissements successifs de la graduation du $1/10$ au $1/1000$.

Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux	
Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul. Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit. Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. » Addition, soustraction, multiplication, division. » Propriétés des opérations : • $2+9 = 9+2$ • $3 \times 5 \times 2 = 3 \times 10$ • $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$ » Faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs. » Multiples et diviseurs des nombres d'usage courant. » Critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10).	Exemples de faits et procédures numériques : » multiplier ou diviser par 10, par 100, par 1000 un nombre décimal, » rechercher le complément à l'unité, à la dizaine, à la centaine supérieure, » encadrer un nombre entre deux multiples consécutifs, » trouver un quotient, un reste, » multiplier par 5, par 25, par 50, par 100, par 0,1, par 0,5... Utiliser différentes présentations pour communiquer les calculs (formulations orales, calcul posé, en ligne, en colonne, etc.). En lien avec la calculatrice, introduire et travailler la priorité de la multiplication sur l'addition et la soustraction ainsi que l'usage des parenthèses.
Calcul mental : calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.	
Calcul en ligne : utiliser des parenthèses dans des situations très simples. » Règles d'usage des parenthèses.	
Calcul posé : mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. » Techniques opératoires de calcul (dans le cas de la division, on se limite à diviser par un entier).	
Calcul instrumenté : utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat. » Fonctions de base d'une calculatrice.	

Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul	
Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations. » Sens des opérations. » Problèmes relevant : • des structures additives ; • des structures multiplicatives.	Enrichir le répertoire des problèmes additifs et multiplicatifs, notamment les problèmes relevant de la division.
Organisation et gestion de données Prélever des données numériques à partir de supports variés. Produire des tableaux, diagrammes et graphiques organisant des données numériques. Exploiter et communiquer des résultats de mesures. » Représentations usuelles : • tableaux (en deux ou plusieurs colonnes, à double entrée) ; • diagrammes en bâtons, circulaires ou semi-circulaires ; • graphiques cartésiens.	Extraire ou traiter des données issues d'articles de journaux. Organiser des données issues d'autres enseignements (sciences et technologie, histoire et géographie, éducation physique et sportive...) en vue de les traiter.
Proportionnalité » Reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.	Situations permettant une rencontre avec des échelles, des vitesses constantes, des taux de pourcentage, en lien avec l'étude des fractions décimales. Mobiliser les propriétés de linéarité (additives et multiplicatives), de proportionnalité, de passage à l'unité. Utiliser des exemples de tableaux de proportionnalité.

Repères de progressivité

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

En début du cycle, les nombres sont abordés jusqu'à 1 000 000 puis progressivement jusqu'au milliard. Ce travail devra être entretenu tout au long du cycle 3.

Fractions et décimaux : Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux. Pour cette raison, on commence dès le CM1 l'étude des fractions simples (comme $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{2}$) et des fractions décimales. Du CM1 à la 6^e, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers, qui sera étudié en 6^e. Pour les nombres décimaux, les activités peuvent se limiter aux centièmes en début de cycle pour s'étendre aux dix-millièmes en 6^e.

Le calcul : La pratique du calcul mental s'étend progressivement des nombres entiers aux nombres décimaux, et les procédures à mobiliser se complexifient.

Les différentes techniques opératoires portent sur des nombres entiers et/ou des nombres décimaux :

- » addition et soustraction pour les nombres décimaux dès le CM1 ;
- » multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier au CM2, de deux nombres décimaux en 6^e ;
- » division euclidienne dès le début de cycle, division de deux nombres entiers avec quotient décimal, division d'un nombre décimal par un nombre entier à partir du CM2.

La résolution de problème : La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :

- » les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux ;
- » le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves selon les cas, à tous les niveaux du cycle 3, on passe de problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes indiquées dans l'énoncé à des problèmes, en 6^e nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche ;
- » les supports envisagés pour la prise d'informations : la collecte des informations utiles peut se faire à partir d'un support unique en CM1 (texte ou tableau ou représentation graphique) puis à partir de deux supports complémentaires pour aller vers des tâches complexes mêlant plusieurs supports en 6^e.

La communication de la démarche et des résultats prend différentes formes et s'enrichit au cours du cycle.

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations, l'objectif est d'automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3.

Grandeurs et mesures

Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà fréquentées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir la notion de grandeur en abordant la notion d'aire d'une surface et en la distinguant clairement de celle de périmètre. Les élèves approchent la notion d'angle et se familiarisent avec la notion de volume en la liant tout d'abord à celle de contenance.

La notion de mesure d'une grandeur, consiste à associer, une unité étant choisie, un nombre (entier ou non) à la grandeur considérée. Il s'agit de déterminer combien d'unités ou de fractionnements de l'unité sont contenus dans la grandeur à mesurer. Les opérations sur les grandeurs permettent également d'aborder les opérations sur leurs mesures. Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant des problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes.

Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner du sens à ces grandeurs et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueurs et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait...).

Attendus de fin de cycle

- » Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle.
- » Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs.
- » Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs. Comparer des périmètres avec ou sans recours à la mesure. Mesurer des périmètres en reportant des unités et des fractions d'unités, ou en utilisant une formule. » Notion de longueur : cas particulier du périmètre. » Formule du périmètre d'un carré, d'un rectangle. » Formule de la longueur d'un cercle. » Unités relatives aux longueurs : relations entre les unités de longueur et les unités de numération (grands nombres, nombres décimaux).	Utiliser des instruments de mesure : décamètre, pied à coulisse, visée laser (télémètre), applications numériques diverses. Adapter le choix de l'unité, de l'instrument en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée. Aborder la notion de distance comme plus court chemin entre deux points, entre un point et une droite.
Comparer, classer et ranger des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure. Différencier aire et périmètre d'une surface. Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule. Estimer la mesure d'une aire par différentes procédures. » Unités usuelles d'aire : multiples et sous-multiples du m^2 et leurs relations, are et hectare. » Formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.	Situations amenant les élèves à : » superposer, découper, recoller des surfaces. » utiliser des pavages afin de mieux comprendre l'action de mesurer une aire. Adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée ou en fonction du domaine numérique considéré.
Relier les unités de volume et de contenance. Estimer la mesure d'un volume par différentes procédures. » Unités usuelles de contenance (multiples et sous multiples du litre). » Unités usuelles de volume (cm^3, dm^3, m^3), relations entre les unités. Déterminer le volume d'un pavé droit en se rapportant à un dénombrement d'unités ou en utilisant une formule. » Formule du volume d'un cube, d'un pavé droit.	Comparer ou mesurer des contenance (ou volumes intérieurs d'un récipient) sans avoir recours à la mesure ou en se rapportant à un dénombrement. Par exemple, trouver le nombre de cubes de 1 cm d'arête nécessaires pour remplir un pavé droit. Adapter le choix de l'unité en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée.

Identifier des angles dans une figure géométrique. Comparer des angles. Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. Reconnaître qu'un angle est droit, aigu ou obtus. Estimer la mesure d'un angle. Estimer et vérifier qu'un angle est droit, aigu ou obtus. Utiliser un instrument de mesure (le rapporteur) et une unité de mesure (le degré) pour : - déterminer la mesure en degré d'un angle ; - construire un angle de mesure donnée en degrés. » Notion d'angle. » Lexique associé aux angles : angle droit, aigu, obtus. » Mesure en degré d'un angle.	Avant le travail sur les mesures, établir des relations entre des angles (sommes, partages, référence aux angles du triangle équilatéral, du triangle rectangle isocèle). Comparer des angles sans avoir recours à leur mesure (par superposition, avec un calque). Différencier angles aigus et angles obtus Estimer la mesure d'un angle, par exemple à 10° près, et vérifier à l'aide du rapporteur. Utiliser des gabarits d'angles, l'équerre, le rapporteur. Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude des figures.
Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux	
Résoudre des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure. Résoudre des problèmes dont la résolution mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.	Situations amenant les élèves à compléter les unités de grandeur (longueur, masse, contenance, durée) et à mettre en évidence les relations entre elles.
Calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules. » Formules donnant • le périmètre d'un carré, d'un rectangle ; • la longueur d'un cercle ; • l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque ; • le volume d'un cube, d'un pavé droit.	
Calculer la durée écoulée entre deux instants donnés. Déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée. » Unités de mesures usuelles: jour, semaine, heure, minute, seconde, dixième de seconde, mois, année, siècle, millénaire.	Utiliser les unités de mesure des durées et leurs relations. Exploiter des ressources variées : » tableaux d'horaires ou de réservation de transport ; » tableaux d'horaires de marées, d'activités sportives ; » programmes de cinéma, de théâtre, programmes télévisés. Ces différentes ressources sont utilisées sur un support papier ou un support numérique en ligne.

Proportionnalité Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs. » Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs.	Comparer distance parcourue et temps écoulé, quantité d'essence consommée et distance parcourue, quantité de liquide écoulée et temps écoulé, etc.
--	---

Repères de progressivité

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou avec toute la classe au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

L'étude d'une grandeur nécessite des activités ayant pour but de définir la grandeur (comparaison directe ou indirecte, ou recours à la mesure), d'explorer les unités du système international d'unités correspondant, de faire usage des instruments de mesure de cette grandeur, de calculer des mesures avec ou sans formule. Toutefois, selon la grandeur ou selon la fréquentation de celle-ci au cours du cycle précédent, les comparaisons directes ou indirectes de grandeurs (longueur, masse et durée) ne seront pas reprises systématiquement.

Les longueurs : En 6^e, le travail sur les longueurs permet en particulier de consolider la notion de périmètre, et d'établir la notion de distance entre deux points, entre un point et une droite. L'usage du compas permet de comparer et reporter des longueurs, de comprendre la définition du cercle (comme ensemble des points à égale distance du centre). La construction et l'utilisation des formules du périmètre du carré et du rectangle interviennent progressivement au cours du cycle. La formule donnant la longueur d'un cercle est utilisée en 6^e.

Les durées : Un travail de consolidation de la lecture de l'heure, de l'utilisation des unités de mesure des durées et de leurs relations ainsi que des instruments de mesure des durées est mené en CM1 et en CM2. Tout au long du cycle, la résolution de problèmes s'articule autour de deux types de tâches : calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final, déterminer un instant à partir de la connaissance d'un instant et d'une durée. La maîtrise des unités de mesure de durées et de leurs relations permet d'organiser la progressivité de ces problèmes.

Les aires : Tout au long du cycle, il convient de choisir la procédure adaptée pour comparer les aires de deux surfaces, pour déterminer la mesure d'une aire avec ou sans recours aux formules. Dès le CM1, on compare et on classe des surfaces selon leur aire. La mesure ou l'estimation de l'aire d'une surface à l'aide d'une surface de référence ou d'un réseau quadrillé est ensuite abordée. Une fois ces notions stabilisées, on découvre et on utilise les unités d'aire usuelle et leurs relations. On peut alors construire et utiliser les formules pour calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, puis en 6^e, calculer l'aire d'un triangle rectangle, d'un triangle quelconque dont une hauteur est connue, d'un disque.

Contenance et volume : En continuité avec le cycle 2, la notion de volume sera vue d'abord comme une contenance. Au primaire, on compare des contenances sans les mesurer et on mesure la contenance d'un récipient par un dénombrement d'unités, en particulier en utilisant les unités usuelles (L, dL, cL, mL) et leurs relations. Au collège, ce travail est poursuivi en déterminant le volume d'un pavé droit. On relie alors les unités de volume et de contenance ($1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$; $1\,000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$).

Les angles : Au primaire, il s'agit d'estimer et de vérifier, en utilisant l'équerre si nécessaire, qu'un angle est droit, aigu ou obtus, de comparer les angles d'une figure puis de reproduire un angle, en utilisant un gabarit. Ce travail est poursuivi au collège, où l'on introduira une unité de mesure des angles et l'utilisation d'un outil de mesure (le rapporteur).

Espace et géométrie

À l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation. Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure.

Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances.

Les professeurs veillent à utiliser un langage précis et adapté pour décrire les actions et les gestes réalisés par les élèves (pliages, tracés à main levée ou avec utilisation de gabarits et d'instruments usuels ou lors de l'utilisation de logiciels). Ceux-ci sont progressivement encouragés à utiliser ce langage.

Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes : résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité ; utiliser en situation les grandeurs (géométriques) et leur mesure. Par ailleurs, elles constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation notamment à travers la programmation de déplacements ou de construction de figures.

Attendus de fin de cycle

- » (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations
- » Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels
- » Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations	
Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte. Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran. » Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements. » Divers modes de représentation de l'espace.	Situations donnant lieu à des repérages dans l'espace ou à la description, au codage ou au décodage de déplacements. Travailler : » dans des espaces de travail de tailles différentes (la feuille de papier, la cour de récréation, le quartier, la ville, etc.) ; » à partir de plans schématiques (par exemple, chercher l'itinéraire le plus court ou demandant le moins de correspondances sur un plan de métro ou d'autobus) ; » avec de nouvelles ressources comme les systèmes d'information géographique, des logiciels d'initiation à la programmation...
Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques	
Reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire : - des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) ; - des solides simples ou des assemblages de solides simples à partir de certaines de leurs propriétés. » Figures planes et solides, premières caractérisations : • triangles dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral) ; • quadrilatères dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme) ; • cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné). » Vocabulaire approprié pour nommer les solides : pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône, boule.	Situations de reproduction ou de construction mobilisant des gestes élémentaires de mesurage et de tracé et des connaissances sur les figures usuelles Reproduire (à l'échelle ou non) une figure à partir d'un modèle et d'éléments déjà tracés. Utiliser des représentations planes de solides (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus, ...) et représenter des figures planes en traçant des figures à main levée. Les éléments de vocabulaire associés aux objets et à leurs propriétés (solide, polyèdre, face, arête, polygone, côté, sommet, angle, demi droite, segment, cercle, rayon, diamètre, milieu, médiatrice, hauteur, etc.) sont introduits et utilisés en contexte pour en préciser le sens : jeu du portrait, échange de messages, jeux d'associations (figures, désignations, propriétés, représentations).
Reproduire, représenter, construire : » des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) » des solides simples ou des assemblages de solides simples sous forme de maquettes ou de dessins ou à partir d'un patron (donné, dans le cas d'un prisme ou d'une pyramide, ou à construire dans le cas d'un pavé droit).	
Réaliser, compléter et rédiger un programme de construction. Réaliser une figure simple ou une figure composée de figures simples à l'aide d'un logiciel.	

Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques	
Effectuer des tracés correspondant à des relations de perpendicularité ou de parallélisme de droites et de segments. Déterminer le plus court chemin entre deux points (en lien avec la notion d'alignement). Déterminer le plus court chemin entre un point et une droite ou entre deux droites parallèles (en lien avec la perpendicularité). » Alignement, appartenance. » Perpendicularité, parallélisme (construction de droites parallèles, lien avec la propriété reliant droites parallèles et perpendiculaires). » Egalité de longueurs. » Egalité d'angles. » Distance entre deux points, entre un point et une droite.	Situations conduisant les élèves à utiliser des techniques qui évoluent en fonction des supports et des instruments choisis ; par exemple pour la symétrie axiale, passer du pliage ou de l'utilisation de papier calque à la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite à l'équerre ou au compas. Exemples d'instruments : règle graduée, équerre, compas, gabarits d'angles, bandes de papier, papier calque. Exemples de supports variés : géoplans, papier quadrillé, papier pointé, papier uni. Exemples de matériels : papier/crayon, logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation, logiciels de visualisation de cartes, de plans.
Compléter une figure par symétrie axiale. Construire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné que l'axe de symétrie coupe ou non la figure, construire le symétrique d'une droite, d'un segment, d'un point par rapport à un axe donné. » Figure symétrique, axe de symétrie d'une figure, figures symétriques par rapport à un axe. » Propriétés de conservation de la symétrie axiale. » Médiatrice d'un segment.	
Proportionnalité Reproduire une figure en respectant une échelle. » Agrandissement ou réduction d'une figure.	Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés).

Repères de progressivité

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou avec toute la classe au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

Les apprentissages spatiaux : Dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes...) ou numériques.

Les apprentissages géométriques : Ces apprentissages développent la connaissance de figures planes, de solides mais aussi de relations entre objets et de propriétés des objets. Le parallélogramme ne fait l'objet que d'une première fréquentation en 6^e et est notamment l'occasion d'un retour sur la notion de parallélisme. Le choix des objets considérés et des relations et propriétés à prendre en compte, les contraintes sur les instruments à utiliser, les gestes à réaliser, les justifications et moyens de validation acceptés permettent d'organiser la progressivité des apprentissages et d'enrichir les pro-

cédures de résolution des élèves. Ainsi, ce ne sont pas seulement les tâches qui évoluent d'un niveau à l'autre mais les procédures pour réaliser ces tâches.

La progressivité s'organise en prenant en compte :

- » les gestes de géométrie : certaines compétences de construction, comme tracer un segment d'une longueur donnée ou reporter la longueur d'un segment (CM1-CM2) ou encore reproduire un angle (6^e) sont menées conjointement avec les apprentissages du domaine « grandeurs et mesures » ;
- » l'évolution des procédures et de la qualité des connaissances mobilisées : ainsi, l'élève doit tout d'abord savoir reconnaître un carré en prenant en compte la perpendicularité et l'égalité des mesures des côtés (CM1-CM2) puis progressivement de montrer qu'il s'agit d'un carré à partir des propriétés de ses diagonales ou de ses axes de symétrie (6^e) ;
- » les objets géométriques fréquentés ;
- » la maîtrise de nouvelles techniques de tracé (par rapport au cycle 2).

Le raisonnement : À partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement sur les propriétés et les relations. Par exemple, l'usage de la règle et du compas pour tracer un triangle, connaissant la longueur de ses côtés, mobilise la connaissance des propriétés du triangle et de la définition du cercle. Il s'agit de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale. Un vocabulaire spécifique est employé dès le début du cycle pour désigner des objets, des relations et des propriétés.

Vocabulaire et notations : Au primaire, lorsque les points seront désignés par des lettres, les professeurs veilleront à toujours préciser explicitement l'objet dont il parle : « le point A », « le segment [AB] », « le triangle ABC », etc. Aucune maîtrise n'est attendue des élèves pour ce qui est des codages usuels (parenthèses ou crochets) avant la dernière année du cycle. Le vocabulaire et les notations nouvelles ($\in$ [AB], (AB), [AB], AB, $\widehat{AOB}$) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Les instruments : Au primaire, les élèves auront recours à différentes règles (graduées ou non, de diverses tailles), à des gabarits, à l'équerre, au compas. Ils commenceront à utiliser le rapporteur au collège.

Symétrie axiale : Un travail préalable sur les figures permet d'illustrer l'aspect global de la symétrie plutôt que de procéder de façon détaillée (par le point, le segment, la droite). Pour construire ou compléter des figures planes par symétrie, différentes procédures seront abordées au cours du cycle. Elles évoluent et s'enrichissent par un jeu sur les figures, sur les instruments à disposition et par l'emploi de supports variés.

Initiation à la programmation : Une initiation à la programmation est faite à l'occasion notamment d'activités de repérage ou de déplacement (programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran), ou d'activités géométriques (construction de figures simples ou de figures composées de figures simples). Au CM1, on réserve l'usage de logiciels de géométrie dynamique à des fins d'apprentissage manipulatoires (à travers la visualisation de constructions instrumentées) et de validation des constructions de figures planes. À partir du CM2, leur usage progressif pour effectuer des constructions, familiarise les élèves avec les représentations en perspective cavalière et avec la notion de conservation des propriétés lors de certaines transformations.

Repères de progressivité : le cas particulier de la proportionnalité

La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ».

En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »). Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs. À partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité. En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.

Croisements entre enseignements

L'utilisation des grands nombres entiers et des nombres décimaux permet d'appréhender et d'estimer des mesures de grandeur : approche de la mesure non entière de grandeurs continues, estimation de grandes distances, de populations, de durées, de périodes de l'histoire, de superficies, de prix, de mémoire informatique... Les élèves apprennent progressivement à résoudre des problèmes portant sur des contextes et des données issus des autres disciplines. En effet, les supports de prises d'informations variés (textes, tableaux, graphiques, plans) permettent de travailler avec des données réelles issues de différentes disciplines (histoire et géographie, sciences et technologie, éducation physique et sportive, arts plastiques). De plus, la lecture des données, les échanges oraux pour expliquer les démarches, et la production de réponses sous forme textuelle contribuent à travailler plusieurs composantes de la maîtrise de la langue dans le cadre des mathématiques. Enfin, les contextes des situations de proportionnalité à explorer au cours du cycle peuvent être illustrés ou réinvestis dans d'autres disciplines : problèmes d'échelle, de vitesse, de pourcentage (histoire et géographie, éducation physique et sportive, sciences et technologie), problèmes d'agrandissement et de réduction (arts plastiques, sciences).

Les activités de repérage ou de déplacement sur un plan ou sur une carte prennent sens à travers des activités physiques (course d'orientation), mais aussi dans le cadre des enseignements de géographie (lecture de cartes) ou de technologie (réalisation d'un objet simple). Les activités de reconnaissance et de construction de figures et d'objets géométriques peuvent s'appuyer sur des réalisations artistiques (peinture, sculpture, architecture, photographie...).